

Le modèle Ghyperbolic.mod 0.2

Pour TeXgraph 2.0

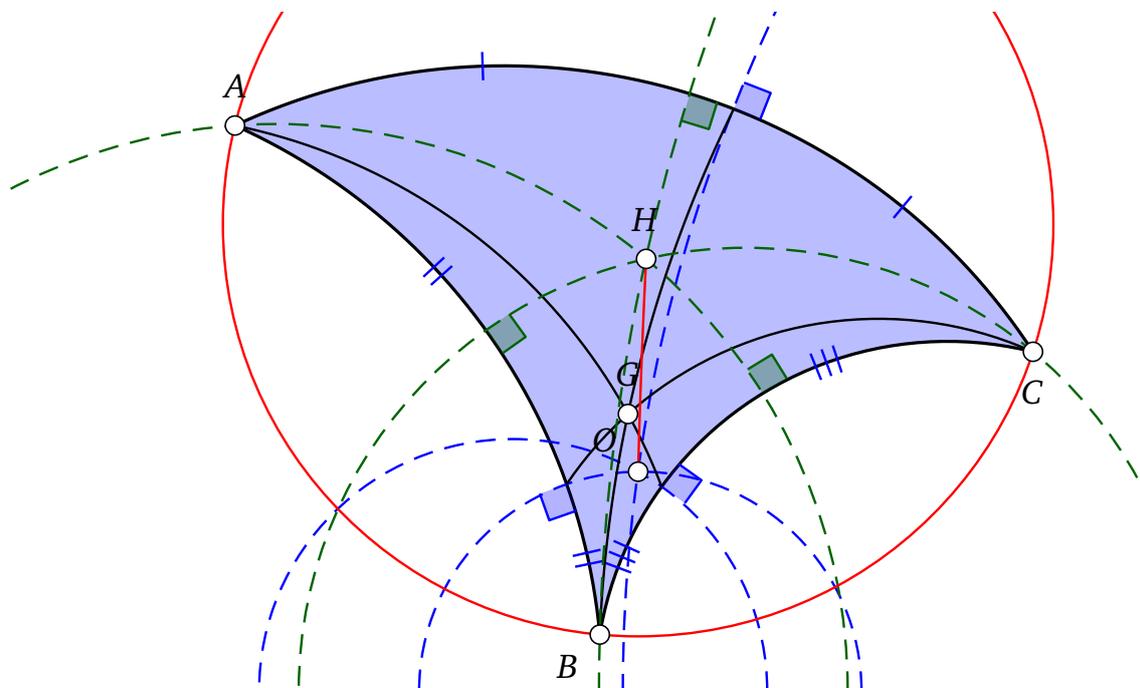
12 novembre 2024

Résumé

Ce modèle permet le dessin de figures élémentaires (droites, segments, lignes polygonales,...) en géométrie hyperbolique dans le demi-plan de Poincaré, ou dans le disque unité.

Table des matières

	3.3	hSymC	3
1 Introduction	2	4 Macros de calcul	3
2 Macros de dessin	2	4.1 hMed	3
2.1 hDroite	2	4.2 hBissec	3
2.2 hLigne	2	4.3 hPerp	3
2.3 hCercle	2	4.4 hMil	3
2.4 hAngleD	2	4.5 hdist	3
2.5 hMarkseg	2	4.6 hInter	3
3 Macros de transformation	3	4.7 hInterL	3
3.1 hRot	3	4.8 hTangente	3
3.2 hSym	3	4.9 hPolyreg	4
		4.10 fdisc	4
		4.11 fplane	4



1 Introduction

Après le chargement du modèle, la variable globale *hmode* permet de sélectionner soit le mode *plane* (par défaut) pour le demi-plan de Poincaré ($y > 0$), soit le mode *disc* (disque unité ($|z| < 1$), en écrivant `hmode:=disc`).

Comme en géométrie euclidienne, les points sont gérés à l'aide de leur affixe, et l'utilisateur dispose de nouvelles macros de dessin pour représenter des droites, des lignes polygonales,... etc.

2 Macros de dessin

2.1 hDroite

- Syntaxe: `hDroite(< [A,B] >)` ou `hDroite(< A >, < B >)`
- Trace la droite définie par les deux points (affixes) $\langle A \rangle$ et $\langle B \rangle$.

2.2 hLigne

- Syntaxe: `hLigne(< liste de points >, < fermée (0/1) >)`
- Dessine la ligne polygonale passant la \langle liste de points \rangle . Le deuxième argument indique si la ligne doit être refermée.

2.3 hCercle

- Syntaxe: `hCercle(< A >, < r >)`
- Trace le cercle de centre $\langle A \rangle$ et de rayon $\langle r \rangle$ (réel strictement positif).

2.4 hAngleD

- Syntaxe: `hAngleD(< B >, < A >, < C >, < taille >)`
- Dessine un angle « droit » comme la macro *angleD*, en fait c'est un parallélogramme (*BACD*) qui est dessiné, *D* étant calculé par la macro.

2.5 hMarkseg

- Syntaxe: `hMarkseg(< A >, < B >, < n >, < espacement >, < hauteur >)`
- Dessine *n* petits traits sur le segment défini par $[A, B]$, comme la macro *markseg*.



Exemple

```
\begin{texgraph}[name=exemple1, file]
  \include "Ghyperbolic.mod";
  \Graph image = [
    \hmode :=plane, \view(-5.1,5,0,4.5), \Margins(0,0,0,0.5), \size(10), \LabelSize :=scriptstyle,
    \Arrows :=1, \Axes(0,1+i), \Arrows :=0, A :=1+i, B :=1+4*i, C :=hRot(A,B,-pi/2), D :=3+2*i,
    \SaveAttr(), \LineStyle :=userdash, \hDroite(A,B), \hDroite(B,C), \hDroite(C,A),
    \LineStyle :=solid, \FillStyle :=full, \FillColor :=seagreen, \FillOpacity :=0.5,
    \Width :=8, \hLigne([A,B,C],1), \FillOpacity :=0.9, \FillColor :=crimson, \hCercle(D,0.75),
    \RestoreAttr(), \DotStyle :=times, \DotScale :=1.5, \LabelDot(A,"$A$", "E",1), \LabelDot(B,"$B$", "NE",1), \LabelDot(C,"$C$", "NO",1),
    \LabelDot(D,"$D$", "N",1), \hMarkseg(A,B,3,0.1,0.25), \hMarkseg(C,B,3,0.1,0.25), \hAngleD(C,B,A,0.25)
  ];
\end{texgraph}
```

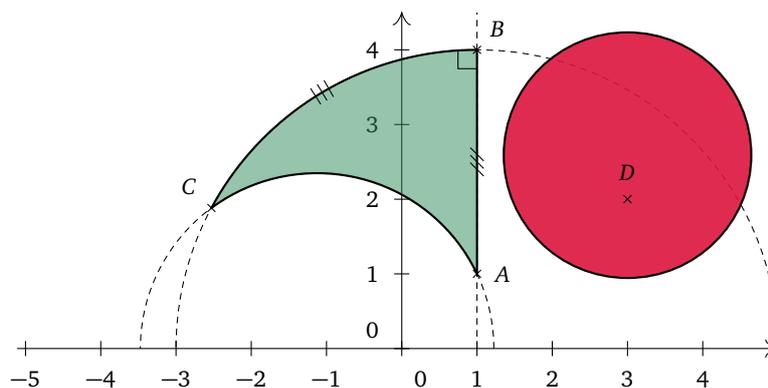


FIGURE 1 – Macros de dessin

3 Macros de transformation

3.1 hRot

- Syntaxe: `hRot(< liste de points >, < centre >, < angle >)`
- Renvoie la liste des images de la < liste de points > par la rotation.

3.2 hSym

- Syntaxe: `hSym(< liste de points >, < axe >)`
- Renvoie la liste des images de la < liste de points > par la symétrie axiale, l'< axe > est une liste de deux points représentant une droite.

3.3 hSymC

- Syntaxe: `hSymC(< liste de points >, < centre >)`
- Renvoie la liste des images de la < liste de points > par la symétrie centrale.

4 Macros de calcul

4.1 hMed

- Syntaxe: `hMed(< A >, < B >)`
- Renvoie deux points de la médiatrice du segment défini par les affixes < A > et < B >.

4.2 hBissec

- Syntaxe: `hBissec(< B >, < A >, < C >, < extérieure (0/1) >)`
- Renvoie deux points de la bissectrice (intérieure ou extérieure) de l'angle \widehat{BAC} .

4.3 hPerp

- Syntaxe: `hPerp(< [A,B] >, < C >)`
- Renvoie deux points de la perpendiculaire à la droite définie par les affixes < A > et < B >, et passant par < C >.

4.4 hMil

- Syntaxe: `hMil(< A >, < B >)`
- Renvoie le milieu du segment défini par les deux points.

4.5 hdist

- Syntaxe: `hdist < A >, < B >)`
- Renvoie la distance hyperbolique de < A > à < B >.

4.6 hInter

- Syntaxe: `hInter(< droite 1 >, < droite 2 >)`
- Renvoie l'intersection de deux droites hyperboliques, chacune d'elles est une liste de deux points.

4.7 hInterL

- Syntaxe: `hInterL(< ligne 1 >, < ligne 2 >)`
- Renvoie la liste des points d'intersection des deux lignes polygonales, chacune d'elles est une liste de points.

4.8 hTangente

- Syntaxe: `hTangente(< [A,B] >, < C >)`
- Renvoie un vecteur unitaire tangent à la droite (AB) au point C, celui-ci est supposé appartenir à la droite, le vecteur est orienté le sens A vers B.

4.9 hPolyreg

- Syntaxe: `hpolyreg(⟨ n ⟩, ⟨ p ⟩, ⟨ milieux ⟩)`
- Renvoie les sommets d'un polygone régulier de type (n, p) (n sommets et p voisins par sommet) de centre 0 pour le disque unité, et de centre i pour le demi-plan de Poincaré. Le troisième argument $\langle milieux \rangle$ est une variable qui contiendra en sortie la liste des milieux des côtés.

Exemple

```

\begin{texgraph}[name=exemple2, file]
Include "Ghyperbolic.mod";
Graph image = [
hmode :=disc, view(-1.1,1.1,-1.1,1.1), Marges(0,0,0,0), size(8),
FillStyle :=full, FillColor :=beige, Cercle(0,1),
P :=hPolyreg(5,6,m),
FillColor :=blue,
for z in Mix(P,m) By 2 do
T :=[0,z[1],z[2]],
hLigne(T,1), hLigne(hSymC(T,z[2]),1)
od,
FillStyle :=none, Color :=red, Width :=8, hLigne(P,1), Color :=black, Point(P)
];
\end{texgraph}

```

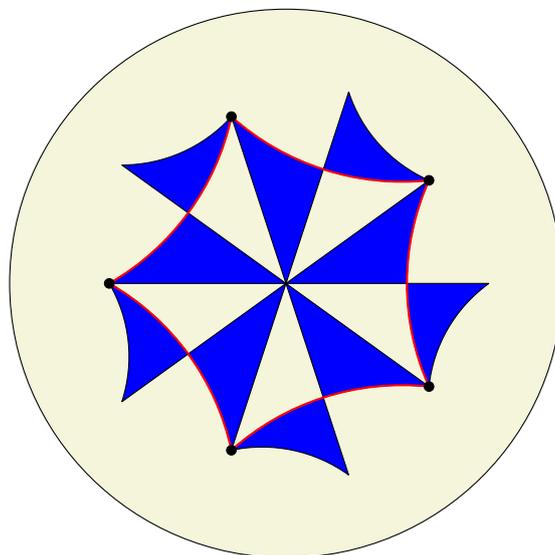


FIGURE 2 – Exemple 2

4.10 fdisc

- Syntaxe: `fdisc(⟨ liste de complexes ⟩)`
- Renvoie la liste des images de la $\langle \text{liste de complexes} \rangle$ par l'application $z \mapsto \frac{z-i}{z+i}$, celle-ci transforme le demi-plan de Poincaré en le disque unité, le complexe $\langle z \rangle$ doit donc être dans le demi-plan de Poincaré.

4.11 fplane

- Syntaxe: `fplane(⟨ liste de complexes ⟩)`
- Renvoie la liste des images de la $\langle \text{liste de complexes} \rangle$ par l'application $z \mapsto i \frac{1+z}{1-z}$, celle-ci est la réciproque de la précédente et transforme donc le disque unité en le demi-plan de Poincaré, le complexe $\langle z \rangle$ doit donc être dans le disque unité : $|z| < 1$.

Exemple

```

\begin{texgraph}[name=preface, file]
Include "Ghyperbolic.mod";
Graph image = [
hmode :=plane, view(-5,5,0,6), Marges(0,0,0,0.5), size(10), a :=-3+5*i, b :=0.2+0.5*i, c :=4+3*i,
Width :=8, FillStyle :=full, FillColor :=Rgb(0.73,0.74,1),
hLigne([a,b,c],1), {le triangle}
FillStyle :=none, Color :=blue, Width :=6, LineStyle :=dashed,

```

```

{tracé des médiatrices et calcul de l'intersection}
Med_ab :=hMed(a,b), Med_bc :=hMed(b,c), Med_ca :=hMed(c,a),
hDroite(Med_ab),hDroite(Med_bc),hDroite(Med_ca), O :=hInter(Med_ab, Med_ca),
LineStyle :=solid, FillStyle :=full,FillColor :=blue,FillOpacity :=0.3,
{Calculs des milieux, marquages des angles droits et des segments de meme longueur}
c' :=hMil(a,b), hAngleD(b,c',hSymC(Med_ab[2],c'),0.25), hMarkseg(a,c',2,0.1,0.25), hMarkseg(b,c',2,0.1,0.25),
a' :=hMil(c,b), hAngleD(c,a',hSymC(Med_bc[2],a'),0.25), hMarkseg(c,a',3,0.1,0.25),hMarkseg(b,a',3,0.1,0.25),
b' :=hMil(c,a), hAngleD(c,b',Med_ca[2],0.25), hMarkseg(a,b',1,0.1,0.25),hMarkseg(c,b',1,0.1,0.25),
FillStyle :=none,
Color :=black,
{tracé des médianes et calcul de G}
hLigne([a,a'],0), hLigne([b,b'],0), hLigne([c,c'],0), G :=hInter([a,a'],[b,b']),
Color :=darkgreen, LineStyle :=dashed,
{tracé des hauteurs et calcul de H}
Hc :=hPerp([a,b],c), Hb :=hPerp([a,c],b), Ha :=hPerp([c,b],a), hDroite(Hc),hDroite(Hb),hDroite(Ha), H :=hInter(Hc,Hb),
LineStyle :=solid,FillStyle :=full,FillColor :=darkgreen,
{marquage des angles droits pour les hauteurs}
c' :=hInter(Hc,[a,b]), hAngleD(c,c',b,0.25),
b' :=hInter(Hb,[a,c]), hAngleD(b,b',c,0.25),
a' :=hInter(Ha,[b,c]), hAngleD(a,a',c,0.25),FillStyle :=none,
Color :=red,
{cercle circonscrit et segment [OH]}
hCercle(O,hDist(a,O)), hLigne([O,H],0),
Color :=black, DotStyle :=dotcircle, DotScale :=1.5, FillColor :=white,
{placement des labels}
LabelDot(O,"$O$", "NO",1), LabelDot(G,"$G$", "N",1), LabelDot(H,"$H$", "N",1), LabelDot(a,"$A$", "N",1),
LabelDot(b,"$B$", "SO",1), LabelDot(c,"$C$", "S",1),
];
\end{texgraph}

```

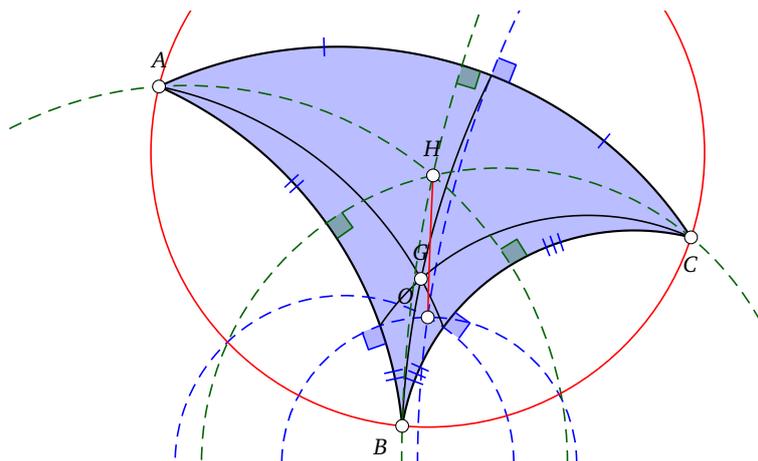


FIGURE 3 – Exemple de la première page